MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET

Avd. Matematik
Examinator: Jörgen Backelin

Tentamensskrivning i
Introduktionskurs, 5p,
fredagen 11 mars 2005

kl. 9^{00}–14^{00}

Inga hjälpmedel tillåtna (utöver sedvanliga skrivdon). Alla svar skall motiveras. Minst 13 poäng (inklusive bonus förvärvad innevarande termin, d. v. s. vårterminen 2005) garanterar godkänt.

Svaren skall vara exakta, och förenklade så långt som möjligt och rimligt är.

1. Beräkna ${}^{2}\log 6 \;-\; {}^{4}\log 9$. 2 p

2. Beräkna $\tan \dfrac{43\pi}{6}$. 2 p

3. Förenkla så långt som möjligt $\dfrac{2^{-2} + {}^{7}\log 49}{2^{-3} + {}^{\pi}\log \pi}$. 2 p

4. Bestäm absolutbelopp och argument för det komplexa talet $\dfrac{(\sqrt{3}+3i)^8}{(1-i)^{15}}$. 2 p

5. Finn alla reella tal x som uppfyller $3\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{6}$. 3 p

6. Lös fullständigt (d. v. s. finn samtliga lösningar i $\mathbb{C}$ till) ekvationen $2x^3 - 3x^2 + 8x - 12 = 0$. 3 p

7. Finn alla reella tal x som uppfyller $\sqrt{5x+1} \geq 2 + \sqrt{x}$. 3 p

8. Skriv $(1+i)^{21}$ på formen $a + bi$ (med a och b reella). 3 p

9. Finn alla reella tal x som uppfyller $\left({}^{2}\log x\right)^2 \;+\; 4 \cdot {}^{2}\log(4x^2) + 7 = 0$. 3 p

10. Om A är en ändlig mängd, så låter vi $\#(A)$ beteckna antalet element i A. Mängderna B och C säges vara *disjunkta*, om $B \cap C = \emptyset$.

    a) Förklara varför följande likhet gäller, om A och B är två disjunkta ändliga mängder:
    (1) $$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B).$$ 1 p

    b) (1) gäller *inte* om A och B är ändliga men inte disjunkta. Hitta en ny likhet, som gäller även i detta fall, genom att ändra högerledet i (1) en smula; och motivera varför denna nya likhet säkert gäller. 2 p

Skrivningsåterlämning tisdagen 22/3 kl. 12^{20}–12^{40}*, i sal 15, hus 5; därefter hos Tom Wollecki, rum 208, hus 6, på kontorstid.*

Om skrivningen har försetts med en tydligt påskriven elpostadress på omslagets framsida, och ej hämtats vid skrivningsåterlämningen, eller postats, så kommer ett besked om skrivningspoäng och betyg att sändas till denna adress **efter skrivningsåterlämningen**.